p142 习题8.2 T1 ：

 a）是二分图

b）是完全二分图K44

c）不是二分图

p163 习题8.3 T1(3)：

可参照图同构的概念。即2个图的边（2个端点）与边（2个端点）存在一一对应关系即可视为同构。

树叶（悬挂节点）数目不一样的无向树不同构；

若树叶数目相同且内节点数目相同的无向树也有可能不同构，因为内节点还有连接树叶的数量不同之分

可按无向树的树叶数目分类：

情况1）当无向树叶数目为3时，可构成4个节点只有1种非同构无向树，即：

1个内节点连接3个树叶；

情况2）当树叶数目为2时，只有1种非同构树，即：

2个内节点连接2个树叶，只有1种非同构树，即：

4个节点的无向树只有这2种非同构无向树

综上所述，共有2种非同构无向树

p163 习题8.3 T1(4)：

可同样按树叶数目分类：

情况1）当树叶数目为5时，构成6个节点只有1种非同构无向树，即：

1）1个内节点5个树叶：

情况2）当树叶数目为4时，构成6个节点只有1种非同构无向树，即：

1）2个内节点4个树叶：

情况3）当树叶数目为3：

2）3个内节点3个树叶：

情况4）当树叶数目为2时，构成6个节点只有1种非同构无向树，即：

1）4个内节点2个树叶；

综上所述，共有1+1+2+1=5种非同构无向树

p163 习题8.3 T2(4)：

A．5个节点的无向树分析：

情况1）当树叶数目为4时，构成5个节点只有1种非同构无向树，即：

1）1个内节点4个树叶：

情况2）当树叶数目为3时，构成5个节点只有1种非同构无向树，即：

1）2个内节点3个树叶：

情况3）当树叶数目为2时，构成5个节点只有1种非同构无向树，即：

1）3个内节点2个树叶：

综上所述，共有1+1+1=3种非同构无向树

B．5个节点的有根树分析：可按根的儿子数目来分类

情况1）根节点的儿子数为1时，5个节点可组成4种非同构有向树，即：

1）1个根，1个儿子，1个孙子，1个一重孙，1个二重孙：

2）1个根，1个儿子，1个孙子，2个一重孙：

3）1个根，1个儿子，2个孙子，1个一重孙：

4）1个根，1个儿子，3个孙子：

情况2）根节点的儿子数为2时，5个节点可组成2种非同构有向树，即：

1）1个根，2个儿子，2个孙子（1长孙1次孙）：

2）1个根，2个儿子，2个孙子（2长孙）：

情况3）根节点的儿子数为3时，5个节点可组成1种非同构有向树，即：

1）1个根，3个儿子，1个孙子：

情况4）根节点的儿子数为4时，5个节点可组成1种非同构有向树，即：

1）1个根，4个儿子：

综上所述，共有4+2+1+1=8种非同构根树

习题8.3 T15

11

111

101

81

91

71

61

51

41

31

21

111

101

91

81

71

61

51

41

31

21

11

121

111

101

101

91

81

71

61

51

41

31

21

11

11

121

111

61

91

81

71

51

41

21

31

p253 习题12.1 T1 (7)

设\*是S上可结合运算，若a∈S是可约的，则a也是可逆的，此结论是错的。例如自然数集合上的普通加法运算，是可结合运算，且对任意的非0元素a是可约的（即对任意的x，y∈S， 有a+x=a+y🡺x=y），但a无逆元

p253 习题12.1 T1 (8)

<Nn， +4>=<{0,1,2,…,n-1},+4>

当Nn ={0,1,2}时，<Nn， +4>=<{0,1,2}， +4>不是代数系统。

因为(1+4 2)=(1+2)/4mod(4)=3不是Nn ={0,1,2}中的元素。

同理，当Nn ={0,1,2,3}时，<Nn， +6>=<{0,1,2,3}， +6>也不是代数系统。

因为(2+6 3)=(2+3)/6mod(6)=5不是Nn ={0,1,2,3}中的元素。

所以，<Nn， +4>不是<Nn， +6>的子代数。

故应选择 “不是”为答案。

其它的选择均不正确，因为“可能”和“不一定”均不是确定的答案。答案“是”是不正确的。

p278 习题13.2 T1(7)：群<R, +>与群<R-{0}, \*>，答案是同态

构造映射*f*：R🡺 R-{0}；其定义如下：

对任意的x∈R， *f* (x)= ex,

对任意的x, y∈R有：*f* (x+y)= ex \* ey= *f* (x) \* *f* (y)

同构？我找不到满足同构等式*f* (x+y)= *f* (x) \* *f* (y)的双射

子群？肯定是错的因为子群关系要求代数运算的运算规则是一样的， 只是定义域是子集关系且运算各自封闭。

p253 题1（1）：S={a, b}, 构造映射*f*：S×S🡺S

S上的二元运算个数就是|S||S×S|=24=16

p253题2（1）：A={a, b, c},构造映射*f*：A×A🡺A

A上共可定义二元运算个数就是|A||A×A|=39=3×3×3×3×3×3×3×3×3=3×81×81=19683

p253 习题12.1 T1 (6)：

一个代数系统中，定义了一个非空的集合及其上具有封闭性的运算，若（任一个元素？某一个元素？）的逆元唯一，则可结合吗？

根据下面的分析，猜想是可结合的。

设有集合A={e, a, b, c, d}，其中，e是单位元。定义二元运算\*如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| \* | e | a | b | c | d |
| e | e | a | b | c | d |
| a | a | d | e | b | c |
| b | b | e | c | d | a |
| c | c | b | d | a | e |
| d | d | c | a | e | b |

由上表可知，运算\*具有封闭性且满足交换律（上表具有对称性）；

对任意的x∈A，均有唯一的逆元x-1，即：

a的逆元是b；b的逆元是a；c的逆元是d；d的逆元是c；e的逆元是e

考察：(b\*a)\*d=e\*d=d

b\*(a\*d)=b\*c=d

a\*e=a, a\*a=d, a\*b =e, a\*c =b, a\*d =c

b\*e=b, b\*a=e, b\*b=c, b\*c=d, b\*d=a

c\*e=c, c\*a=b, c\*b=d, c\*c=a c\*d =e

d\*e= d, d\*a=c, d\*b=a, d\*c=e, d\*d=b

由上表可知，运算\*具有封闭性且满足交换律；

对任意的x∈A，均有唯一的逆元x-1，即：

a的逆元是b；b的逆元是a；c的逆元是c；e的逆元是e

下面的式子与上表等价：

a1\*e=a1, a1\*a1=a4, a1\*a2 =e, a1\*a3 =a2, a1\*a4 =a3

a2\*e=a2, a2\*a1=e, a2\*a2=b1(a3), a2\*a3=b2(a4), a2\*a4=b3(a1)

a3\*e=a3, a3\*a1=a2, a3\*a2=b2(a4), a3\*a3=b4(a1) a3\*a4 =b5(e)

a4\*e= a4, a4\*a1=a3, a4\*a2=b3(a1), a4\*a3 =b5(e), a4\*a4=(a2)

…

(a2\*a3)\*a4 = b2(a4) \*a4= a2

a2\*(a3\*a4)= a2\* b5(e)= a2

a\*e=a, a\*a=d, a\*b =e, a\*c =b, a\*d =c

b\*e=b, b\*a=e, b\*b=c, b\*c=d, b\*d=a

c\*e=c, c\*a=b, c\*b=d, c\*c=a c\*d =e

d\*e= d, d\*a=c, d\*b=a, d\*c=e, d\*d=b

an\*a1=a1\*an=e; an\*a3=a3\*a2=a1, …, a2\*an=an\*a2=an-2, a2\*a2=?;

a\*e=e\*a=a; a\*b=b\*a=e; a\*c=c\*a=b; a\*a=c;

b\*e=b\*e=b; b\*a=a\*b=e; b\*c=c\*b=a; b\*b=c;

c\*e=e\*c=c; b\*c=c\*b=a; a\*c=c\*a=b; c\*c=e;

a\*e=e\*a=a; b\*e=e\*b=b; c\*e=e\*c=c; e\*e=e

考察：a\*c\*b=b\*b=c

a\*(c\*b)=a\*a=c

(a1\*a2)\*a3=e\*a3= a3

a1\*( a2\*a3)= a1\* b2=

(7)(8)